Белорусский государственный технологический университет

Кафедра Программной инженерии

**“Математическое программирование”**

**Отчет по лабораторной работе №5**

**Транспортная задача**

**Вариант 2**

Выполнил: Дмитрук И.И.

ФИТ 2 курс, 6 группа

Минск 2023

**Лабораторная работа 5**

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** Приобретение навыков решения открытой транспортной задачи

**ЗАДАНИЕ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ:**

**Задание.** Решить транспортную задачу. Имеется 5 поставщиков продукции и 6 потребителей. Величина запасов, потребностей и стоимость затрат на перевозку продукции взять в соответствии с вариантом (*N*). Оформить отчет.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **14** | **4** | **8** | **5** | **13** | **3** | **170** |
| 2 | **12** | **2** | **10** | **7** | **9** | **15** | **115** |
| 3 | **3** | **7** | **13** | **10** | **4** | **13** | **152** |
| 4 | **6** | **12** | **12** | **5** | **15** | **4** | **161** |
| 5 | **5** | **13** | **11** | **2** | **12** | **6** | **102** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **145** | **109** | **133** | **195** | **97** | **165** |  |

**Решение:**

Для разрешимости транспортной задачи необходимо, чтобы суммарные запасы продукции у поставщиков равнялись суммарной потребности потребителей. Проверим это условие.

В нашем случае, запасы поставщиков - 700 единиц продукции меньше, чем потребность потребителей - 844 на 144 единиц. Введем фиктивного поставщика 6, с запасом продукции равным 144. Стоимость доставки единицы продукции от данного поставщика ко всем потребителям примем равной нулю.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **Запас** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | **14** | **4** | **8** | **5** | **13** | **3** | **170** |
| **2** | **12** | **2** | **10** | **7** | **9** | **15** | **115** |
| **3** | **3** | **7** | **13** | **10** | **4** | **13** | **152** |
| **4** | **6** | **12** | **12** | **5** | **15** | **4** | **161** |
| **5** | **5** | **13** | **11** | **2** | **12** | **6** | **102** |
| **6** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **144** |
| **ПОТРЕБНОСТИ** | **145** | **109** | **133** | **195** | **97** | **165** |  |

Теперьвыполняется условие т.е. добавлен фиктивный склад 6.

Этап 1. Составление опорного плана.

**А теперь по порядку рассмотрим минимальные элементы матрицы тарифов:**

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 2-2 и равен 2, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 2 к потребителю 2 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 2 составляют 115 единиц продукции. Потребность потребителя 2 составляет 109 единиц продукции.

От поставщика 2 к потребителю 2 будем доставлять min = {115, 109} = 109 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **Запас** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | **14** | **4** | **9** | **7** | **13** | **3** | **170** |
| **2** | **12** | **2|109** | **10** | **7** | **9** | **15** | **6** |
| **3** | **3** | **7** | **13** | **10** | **4** | **13** | **152** |
| **4** | **6** | **12** | **12** | **5** | **15** | **6** | **161** |
| **5** | **5** | **13** | **11** | **2** | **12** | **6** | **102** |
| **6** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **144** |
| **Потребность** | **145** | **0** | **133** | **195** | **97** | **165** |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 5-4 и равен 2, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 5 к потребителю 4 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 5 составляют 102 единиц продукции. Потребность потребителя 4 составляет 195 единиц продукции.

От поставщика 5 к потребителю 4 будем доставлять min = {102, 195} = 102 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **Запас** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | **14** | **4** | **9** | **7** | **13** | **3** | **170** |
| **2** | **12** | **2|109** | **10** | **7** | **9** | **15** | **6** |
| **3** | **3** | **7** | **13** | **10** | **4** | **13** | **152** |
| **4** | **6** | **12** | **12** | **5** | **15** | **6** | **161** |
| **5** | **5** | **13** | **11** | **2|102** | **12** | **6** | **0** |
| **6** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **144** |
| **Потребность** | **145** | **0** | **133** | **93** | **97** | **165** |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 3-1 и равен 3, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 3 к потребителю 1 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 3 составляют 152 единиц продукции. Потребность потребителя 1 составляет 145 единиц продукции.

От поставщика 3 к потребителю 1 будем доставлять min = {152, 145} = 145 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **Запас** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | **14** | **4** | **9** | **7** | **13** | **3** | **170** |
| **2** | **12** | **2|109** | **10** | **7** | **9** | **15** | **6** |
| **3** | **3|145** | **7** | **13** | **10** | **4** | **13** | **7** |
| **4** | **6** | **12** | **12** | **5** | **15** | **6** | **161** |
| **5** | **5** | **13** | **11** | **2|102** | **12** | **6** | **0** |
| **6** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **144** |
| **Потребность** | **0** | **0** | **133** | **93** | **97** | **165** |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 1-6 и равен 3, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 1 к потребителю 6 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 1 составляют 170 единиц продукции. Потребность потребителя 6 составляет 165 единиц продукции.

От поставщика 1 к потребителю 6 будем доставлять min = {170, 165} = 170 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **Запас** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | **14** | **4** | **6** | **5** | **13** | **3|165** | **5** |
| **2** | **12** | **2|109** | **10** | **7** | **9** | **15** | **6** |
| **3** | **3|145** | **7** | **13** | **10** | **4** | **13** | **7** |
| **4** | **6** | **12** | **12** | **5** | **15** | **4** | **161** |
| **5** | **5** | **13** | **11** | **2|102** | **12** | **6** | **0** |
| **6** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **144** |
| **Потребность** | **0** | **0** | **133** | **93** | **97** | **0** |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 3-5 и равен 4, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 3 к потребителю 5 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 3 составляют 7 единиц продукции. Потребность потребителя 5 составляет 97 единиц продукции.

От поставщика 3 к потребителю 5 будем доставлять min = {7, 97} = 7 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **Запас** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | **14** | **4** | **8** | **5** | **13** | **3|165** | **5** |
| **2** | **12** | **2|109** | **10** | **7** | **9** | **15** | **6** |
| **3** | **3|145** | **7** | **13** | **10** | **4|7** | **13** | **0** |
| **4** | **6** | **12** | **12** | **5** | **15** | **4** | **161** |
| **5** | **5** | **13** | **11** | **2|102** | **12** | **6** | **0** |
| **6** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **144** |
| **Потребность** | **0** | **0** | **133** | **93** | **90** | **0** |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 1-4 и равен 18, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 1 к потребителю 4 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 1 составляют 5 единиц продукции. Потребность потребителя 4 составляет 93 единиц продукции.

От поставщика 1 к потребителю 4 будем доставлять min = {5, 93} = 5 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **Запас** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | **14** | **4** | **6** | **5|5** | **13** | **3|165** | **0** |
| **2** | **12** | **2|109** | **10** | **7** | **9** | **15** | **6** |
| **3** | **3|145** | **7** | **13** | **10** | **4|7** | **13** | **0** |
| **4** | **6** | **12** | **12** | **5** | **15** | **4** | **161** |
| **5** | **5** | **13** | **11** | **2|102** | **12** | **6** | **0** |
| **6** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **144** |
| **Потребность** | **0** | **0** | **133** | **88** | **90** | **0** |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 4-4 и равен 5, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 4 к потребителю 4 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 4 составляют 161 единиц продукции. Потребность потребителя 4 составляет 88 единиц продукции.

От поставщика 4 к потребителю 4 будем доставлять min = {161, 88} = 88 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **Запас** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | **14** | **4** | **8** | **5|5** | **13** | **3|165** | **0** |
| **2** | **12** | **2|109** | **10** | **7** | **9** | **15** | **6** |
| **3** | **3|145** | **7** | **13** | **10** | **4|7** | **13** | **0** |
| **4** | **6** | **12** | **12** | **5|88** | **15** | **4** | **73** |
| **5** | **5** | **13** | **11** | **2|102** | **12** | **6** | **0** |
| **6** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **144** |
| **Потребность** | **0** | **0** | **133** | **0** | **90** | **0** |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 2-5 и равен 9, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 2 к потребителю 5 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 2 составляют 6 единиц продукции. Потребность потребителя 5 составляет 97 единиц продукции.

От поставщика 2 к потребителю 5 будем доставлять min = {6, 97} = 6 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **Запас** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | **14** | **4** | **8** | **5|5** | **13** | **3|165** | **0** |
| **2** | **12** | **2|109** | **10** | **7** | **9|6** | **15** | **0** |
| **3** | **3|145** | **7** | **13** | **10** | **4|7** | **13** | **0** |
| **4** | **6** | **12** | **12** | **5|88** | **15** | **4** | **73** |
| **5** | **5** | **13** | **11** | **2|102** | **12** | **6** | **0** |
| **6** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **144** |
| **Потребность** | **0** | **0** | **133** | **0** | **84** | **0** |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 4-3 и равен 12 т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 4 к потребителю 3 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 4 составляют 73 единиц продукции. Потребность потребителя 3 составляет 133 единиц продукции.

От поставщика 4 к потребителю 3 будем доставлять min = {73, 133} = 73 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **Запас** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | **14** | **4** | **8** | **5|5** | **13** | **3|165** | **0** |
| **2** | **12** | **2|109** | **10** | **7** | **9|6** | **15** | **0** |
| **3** | **3|145** | **7** | **13** | **10** | **4|7** | **13** | **0** |
| **4** | **6** | **12** | **12|73** | **5|88** | **15** | **4** | **0** |
| **5** | **5** | **13** | **11** | **2|102** | **12** | **6** | **0** |
| **6** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **144** |
| **Потребность** | **0** | **0** | **60** | **0** | **84** | **0** |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 6-3 и равен 0, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 6 к потребителю 3 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 6 составляют 144 единиц продукции. Потребность потребителя 3 составляет 60 единиц продукции.

От поставщика 6 к потребителю 3 будем доставлять min = {144, 60} = 60 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **Запас** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | **14** | **4** | **8** | **5|5** | **13** | **3|165** | **0** |
| **2** | **12** | **2|109** | **10** | **7** | **9|6** | **15** | **0** |
| **3** | **3|145** | **7** | **13** | **10** | **4|7** | **13** | **0** |
| **4** | **6** | **12** | **12|73** | **5|88** | **15** | **4** | **0** |
| **5** | **5** | **13** | **11** | **2|102** | **12** | **6** | **0** |
| **6** | **0** | **0** | **0|60** | **0** | **0** | **0** | **84** |
| **Потребность** | **0** | **0** | **0** | **0** | **84** | **0** |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 6-5 и равен 0, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 6 к потребителю 5 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 6 составляют 84 единиц продукции. Потребность потребителя 5 составляет 91 единиц продукции.

От поставщика 6 к потребителю 5 будем доставлять min = {84, 91} = 88 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **Запас** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | **14** | **4** | **8** | **5|5** | **13** | **3|165** | **0** |
| **2** | **12** | **2|109** | **10** | **7** | **9|6** | **15** | **0** |
| **3** | **3|145** | **7** | **13** | **10** | **4|7** | **13** | **0** |
| **4** | **6** | **12** | **12|73** | **5|88** | **15** | **4** | **0** |
| **5** | **5** | **13** | **11** | **2|102** | **12** | **6** | **0** |
| **6** | **0** | **0** | **0|60** | **0** | **0|84** | **0** | **0** |
| **Потребность** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** |  |

Заполненные нами ячейки будем называть базисными, остальные - свободными.

Этап 2. Улучшение опорного плана.

Для решения задачи методом потенциалов, количество базисных ячеек (задействованных маршрутов) должно равняться m + n - 1, где m - количество строк в таблице, n - количество столбцов в таблице.

Количество базисных ячеек (задействованных маршрутов) равно 11, что и требовалось.

Мы нашли начальное решение, т.е израсходовали все запасы поставщиков и удовлетворили все потребности потребителей.

**Z = 5\*5 + 3\*165 + 2\*109 + 9\*6 + 3\*145 + 4\*7 + 12\*73 + 5\*88 + 2\*102 + 0\*60 + 0\*84 = 2775**

Общие затраты на доставку всей продукции, для начального решения, составляют **2775**.

Дальнейшие наши действия будут состоять из шагов, каждый из которых состоит в следующем:

* Находим потенциалы поставщиков и потребителей для имеющегося решения.
* Находим оценки свободных ячеек. Если все оценки окажутся неотрицательными - задача решена.
* Выбираем свободную ячейку (с отрицательной оценкой), выбор которой, позволяет максимально снизить общую стоимость доставки всей продукции на данном шаге решения.
* Находим новое решение, как минимум, не хуже предыдущего.
* Вычисляем общую стоимость доставки всей продукции для нового решения.

**ОЦЕНКА ПОЛУЧЕННОГО РЕШЕНИЯ.**

Каждому поставщику Ai ставим в соответствие некоторое число - ui, называемое потенциалом поставщика.

Каждому потребителю Bj ставим в соответствие некоторое число - vj, называемое потенциалом потребителя.

Для базисной ячейки (задействованного маршрута), сумма потенциалов поставщика и потребителя должна быть равна тарифу данного маршрута.

(ui + vj = cij, где cij - тариф клетки AiBj)

Поскольку, число базисных клеток - **11**, а общее количество потенциалов равно **12**, то для однозначного определения потенциалов, значение одного из них можно выбрать произвольно.

u1 = 0.

u1 + v4 = 5; 0 + v4 = 5; v4 = 5

u4 + v4 = 5; 5 + u4 = 5; u4 = 0

u4 + v3 = 12; 0 + v3 = 12; v3 = 12

u6 + v3 = 0; 12 + u6 = 0; u6 = -12

u6 + v5 = 0; -12 + v5 = 0; v5 = 12

u2 + v5 = 9; 12 + u2 = 9; u2 = -3

u2 + v2 = 2; -3 + v2 = 2; v2 = 5

u3 + v5 = 4; 12 + u3 = 4; u3 = -8

u3 + v1 = 3; -8 + v1 = 3; v1 = 11

u5 + v4 = 2; 5 + u5 = 2; u5 = -3

u1 + v6 = 3; 0 + v6 = 3; v6 = 3

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | |  |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | **14** | **4** | **8** | **5|5** | **13** | **3|165** | u1=0 |
| **2** | **12** | **2|109** | **10** | **7** | **9|6** | **15** | u2=-3 |
| **3** | **3|145** | **7** | **13** | **10** | **4|7** | **13** | u3=-8 |
| **4** | **6** | **12** | **12|73** | **5|88** | **15** | **4** | u4=0 |
| **5** | **5** | **13** | **11** | **2|102** | **12** | **6** | u5=-3 |
| **6** | **0** | **0** | **0|60** | **0** | **0|84** | **0** | u6=-12 |
|  | v1=11 | v2=5 | v3=12 | v4=5 | v5=12 | v6=3 |  |

**Найдем оценки свободных ячеек следующим образом:**

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(4;1): 0 + 11 > 6; ∆41 = 0 + 11 - 6 = 5 > 0

(5;1): -3 + 11 > 5; ∆51 = -3 + 11 - 5 = 3 > 0

(1;3): 0 + 12 > 8; ∆13 = 0 + 12 - 8 = 3 < 0

max(5,3,4) = 5

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (4;1): 9

Для этого в перспективную клетку (4;1) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | |  |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | **14** | **4** | **8** | **5|5** | **13** | **3|165** |  |
| **2** | **12** | **2|109** | **10** | **7** | **9|6** | **15** |  |
| **3** | **3|145**  **-** | **7** | **13** | **10** | **4|7**  **+** | **13** |  |
| **4** | **6**  **+** | **12** | **12|73**  **-** | **5|88** | **15** | **4** |  |
| **5** | **5** | **13** | **11** | **2|102** | **12** | **6** |  |
| **6** | **0** | **0** | **0|60**  **+** | **0** | **0|84**  **-** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

Цикл приведен в таблице (4,1 → 4,3 → 6,3 → 6,5 → 3,5 → 3,1).

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (4, 3) = 73. Прибавляем 73 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 73 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | |  |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | **14** | **4** | **8** | **5|5** | **13** | **3|165** |  |
| **2** | **12** | **2|109** | **10** | **7** | **9|6** | **15** |  |
| **3** | **3|72**  **-** | **7** | **13** | **10** | **4|80**  **+** | **13** |  |
| **4** | **6|73**  **+** | **12** | **12**  **-** | **5|88** | **15** | **4** |  |
| **5** | **5** | **13** | **11** | **2|102** | **12** | **6** |  |
| **6** | **0** | **0** | **0|133**  **+** | **0** | **0|11**  **-** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v4 = 5; 0 + v4 = 5; v4 = 5

u4 + v4 = 5; 5 + u4 = 5; u4 = 0

u4 + v1 = 6; 0 + v1 = 6; v1 = 6

u3 + v1 = 3; 6 + u3 = 3; u3 = -3

u3 + v5 = 4; -3 + v5 = 4; v5 = 7

u2 + v5 = 9; 7 + u2 = 9; u2 = 2

u2 + v2 = 2; 2 + v2 = 2; v2 = 0

u6 + v5 = 0; 0 + u6 = 0; u6 = 0

u6 + v3 = 0; 0+ v3 = 0; v3 = 0

u5 + v4 = 2; 5 + u5 = 2; u5 = -3

u1 + v6 = 3; 0 + v6 =3 6; v6 = 3

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | |  |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | **14** | **4** | **8** | **5|5** | **13** | **3|165** | u1=0 |
| **2** | **12** | **2|109** | **10** | **7** | **9|6** | **15** | u2=2 |
| **3** | **3|72** | **7** | **13** | **10** | **4|80** | **13** | u3=-3 |
| **4** | **6|73** | **12** | **12** | **5|88** | **15** | **4** | u4=0 |
| **5** | **5** | **13** | **11** | **2|102** | **12** | **6** | u5=-3 |
| **6** | **0** | **0** | **0|133** | **0** | **0|11** | **0** | u6=0 |
|  | v1=6 | v2=0 | v3=0 | v4=5 | v5=7 | v6=3 |  |

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию ui + vj ≤ cij.

Минимальные затраты составят: **Z = 5\*5 + 3\*165 + 2\*109 + 9\*6 + 3\*72 + 4\*80 + 6\*73 + 5\*88 + 2\*102 + 0\*133 + 0\*11 = 2410**

Общие затраты на доставку всей продукции, для оптимального решения, составляют **2410.**